

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR COM MUDANÇA DE FASE EM GEOMETRIA ESFÉRICA UTILIZANDO PLANILHA ELETRÔNICA

Maikon Bressani

Acadêmico do curso de Engenharia Mecânica na Universidade de Passo Fundo
maikon_b@hotmail.com

Luís Edson Saraiva

Professor do curso de Engenharia Mecânica na Universidade de Passo Fundo
saraiva@upf.br

Resumo. *Problemas envolvendo transferência de calor com mudança de fase fazem parte de diversos processos industriais, como, por exemplo, o armazenamento térmico. O estudo desse fenômeno é complexo devido à existência de uma fronteira móvel formada pela mudança de fase cuja posição varia no espaço e com o tempo, tornando o problema não linear. Desta forma, muitos de tais problemas não possuem soluções analíticas. Uma formulação matemática é apresentada para solucionar o problema da transferência de calor em coordenadas esféricas com mudança de fase, onde é utilizado o método entálpico para a predição da energia armazenada com o tempo e o método dos volumes finitos para a solução numérica do problema, sendo a simulação feita através de uma planilha eletrônica. Uma validação é proposta, porém considerando somente a parte sensível da transferência de calor. São feitas simulações objetivando a comparação da transferência de calor para diferentes raios de esfera.*

Palavras-chave: *Mudança de fase. Método entálpico. Simulação numérica.*

1. INTRODUÇÃO

A transferência de calor utilizando materiais de mudança de fase tem grande

importância em diversas aplicações industriais, como nos armazenadores térmicos (bancos de gelo), utilizados em centrais de refrigeração; indústria de fundição de metais; na fabricação de argamassas em edifícios; na indústria têxtil, onde fibras são feitas com materiais de mudança de fase, servindo como isolante térmico.

A dificuldade em se trabalhar com mudança de fase é que a região onde ela ocorre se movimenta conforme absorve ou libera energia. Esta não linearidade faz com que não existam soluções analíticas para geometrias mais complexas.

O objetivo deste trabalho consiste no estudo numérico do processo de transferência de calor com mudança de fase, considerando que o material esteja encapsulado em geometria esférica, e sendo a simulação feita em planilha eletrônica.

Através do método proposto por CAO et al. (1989), é deduzida uma equação que rege o processo no interior da esfera. São deduzidas também, as equações de fronteira, que correspondem à face externa da esfera e a sua região central.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Partindo da equação geral da condução de calor em coordenadas esféricas com regime transiente, e considerando que o

calor será conduzido unidimensionalmente através do raio e que não há geração interna de calor na esfera, a equação inicial fica sendo:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

onde r é o raio da esfera, T a temperatura e t o tempo.

Esta equação representa um balanço de energia através da variação da temperatura com o tempo e com o raio. Como durante a mudança de fase não há variação da temperatura, será necessário substituí-la pela variável da entalpia, pois esta varia continuamente durante o processo. Para isto será utilizado o método entálpico.

2.1 Método entálpico

O método entálpico objetiva a transformação da equação da energia em uma equação não linear com uma única variável dependente, a entalpia.

Feitas as transformações, a Eq. (1) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2(\Gamma h)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial(\Gamma h)}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial S}{\partial r} = \rho \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2)$$

$$h_p = - \left\{ \Gamma_w \left[\left(\frac{1}{(\delta r)_w} \right) \frac{1}{\Delta r} - \frac{2}{r} \left(\frac{(\delta r)_w^w}{(\delta r)_w} \right) \frac{1}{\Delta r} \right] h_w + \left\{ \Gamma_E \left[\left(\frac{1}{(\delta r)_e} \right) \frac{1}{\Delta r} + \frac{2}{r} \left(\frac{(\delta r)_e^E}{(\delta r)_e} \right) \frac{1}{\Delta r} \right] h_E \right\} \right. \\ + \left\{ \left[\frac{S_E}{(\delta r)_e} - \frac{S_P}{(\delta r)_e} - \frac{S_P}{(\delta r)_w} + \frac{S_w}{(\delta r)_w} \right] \frac{1}{\Delta r} + \frac{2}{r} \left[\frac{(\delta r)_e^P S_P}{(\delta r)_e} + \frac{(\delta r)_e^E S_E}{(\delta r)_e} - \frac{(\delta r)_w^W S_w}{(\delta r)_w} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(\delta r)_w^P S_P}{(\delta r)_w} \right] \frac{1}{\Delta r} + \frac{\rho}{\Delta t} (h)_P^{t-\Delta t} \right\} \left/ \left\{ \Gamma_P \left[\frac{2}{r} \left(\frac{(\delta r)_e^P}{(\delta r)_e} - \frac{(\delta r)_w^P}{(\delta r)_w} \right) \frac{1}{\Delta r} - \left(\frac{1}{(\delta r)_e} + \frac{1}{(\delta r)_w} \right) \frac{1}{\Delta r} \right] - \frac{\rho}{\Delta t} \right\} \right. \quad (3)$$

onde h é a entalpia, Γ e S são constantes de Kirchhoff, ρ é a massa específica, $t-\Delta t$ representa o tempo anterior, e os índices P , W e E , representam os volumes de controle conforme Fig. 1.

A Eq. (3) representa o fluxo de energia através do ponto P com o tempo.

Para resolver esta equação será utilizado o método numérico dos volumes finitos.

2.2 Método dos volumes finitos

O método dos volumes finitos consiste na discretização do domínio em inúmeros pequenos volumes de controle. Por se deixar de trabalhar em nível infinitesimal o resultado será uma solução aproximada.

A esfera é dividida em volumes de controle conforme representado na Fig.1. O volume em torno do ponto “P” tem por volumes de controle vizinhos aqueles representados pelos índices “E” e “W”. A Eq. (2) deverá ser integrada no espaço e no tempo.

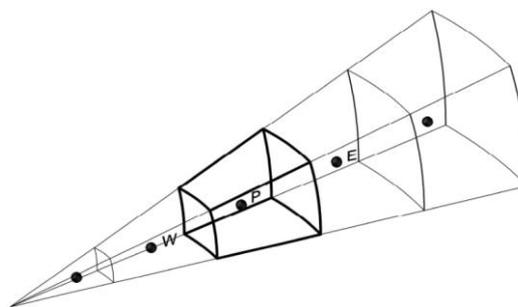


Figura 1. Representação do volume de controle.

Após integrada, a Eq. (2) fica sendo:

2.3 Equações de fronteira

No centro da esfera, devido à simetria, a condição de contorno será dada por:

$$h_p = h_E \quad (4)$$

Na interface entre a superfície externa da esfera e o meio com o qual a mesma troca calor por convecção, a entalpia será dada por:

$$h = \frac{\Delta t}{\rho(r^3 - (r - \Delta r)^3)} \bar{h} r^2 \left(\frac{h_f}{c_{pf}} - T_\infty \right) + h^t \quad (5)$$

onde \bar{h} é o coeficiente convectivo, c_{pf} é o calor específico da fronteira e T_∞ é a temperatura externa à esfera.

As equações a serem resolvidas são mostradas na Fig. 2.

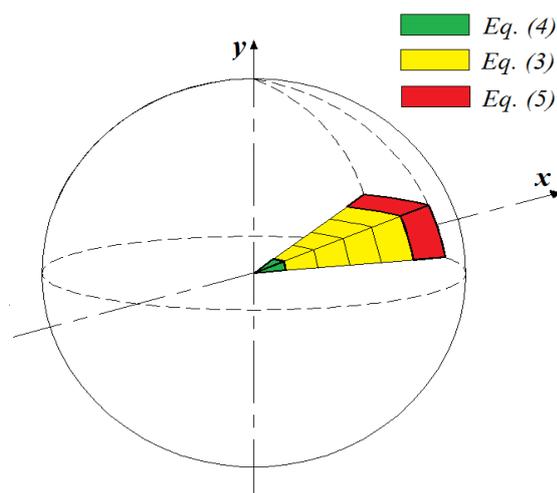


Figura 2. Localização das equações em seus volumes de controle.

Para a solução do sistema de equações é utilizado o programa ExcelTM, onde cada volume de controle corresponde a uma célula da planilha. O cálculo iterativo é habilitado (Arquivo → Opções → Fórmula → Habilitar cálculo iterativo) de modo que cada iteração corresponda a um acréscimo de 1s de tempo.

A função “SE” foi largamente utilizada, pois para cada fase do processo (sólida, líquida ou interface sólido/líquido) diferentes equações e variáveis são utilizadas.

3. VALIDAÇÃO DO MÉTODO

É apresentada uma proposta de validação considerando somente a transferência de calor sensível, isto devido à dificuldade da obtenção de dados da transferência de calor com mudança de fase do material. Assim, ao fazer a simulação do modelo numérico para a validação, serão utilizadas temperaturas tais que o material não mude de fase.

Os dados obtidos na simulação numérica serão comparados com dados obtidos através de resultados analíticos, apresentados em gráficos encontrados na literatura (cartas de Heisler) que relacionam diversos parâmetros adimensionais da transferência de calor transiente em geometrias esféricas.

Na Tab. 1 são apresentados os valores comparativos da validação.

Tabela 1. Comparativo de resultados para validação do método.

R=1cm; Δt=0,1s						
h_{conv} (W/m ² K)	TC (°C)	Ti (°C)	T _∞ (°C)	Método Gráfico t(s)	Método Num. t(s)	Var. (%)
100	20	80	2	350	380	9
1000	20	80	2	350	370	6
R=5cm; Δt=0,1s						
h_{conv} (W/m ² K)	TC (°C)	Ti (°C)	T _∞ (°C)	Método Gráfico t(s)	Método Num. t(s)	Var. (%)
100	20	80	2	4500	4070	11
1000	20	80	2	4500	4000	13
R=10cm; Δt=1s						
h_{conv} (W/m ² K)	TC (°C)	Ti (°C)	T _∞ (°C)	Método Gráfico t(s)	Método Num. t(s)	Var. (%)
100	20	80	2	18000	17500	3
1000	20	80	2	17400	17300	1

Durante as simulações verificou-se que valores baixos de coeficientes convectivos geram resultados divergentes daqueles encontrados no gráfico. Portanto, a validação somente acontece quando utilizamos valores altos de coeficientes convectivos.

4. RESULTADOS

Na Fig. 3 é apresentado um gráfico do tempo total gasto para a solidificação da esfera para diferentes raios. O resultado mostra que, quanto maior o raio, maior será o tempo gasto para a completa solidificação e que este incremento de tempo acontece de forma não linear. Para uma esfera de raio igual a 10 cm o tempo total para a solidificação é de aproximadamente 4 h 30 min, enquanto que para uma esfera de raio igual a 15 cm o tempo salta para 10 h.

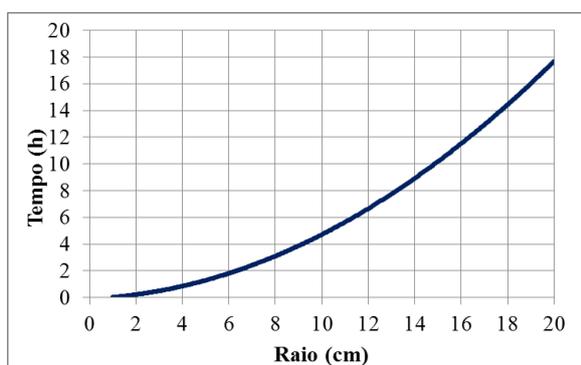


Figura 3. Raio da esfera x Tempo de congelamento.

Na Fig. 4 é apresentado um comparativo entre a energia máxima possível de ser armazenada na esfera completamente solidificada, e a energia da região congelada com 1 h de resfriamento.

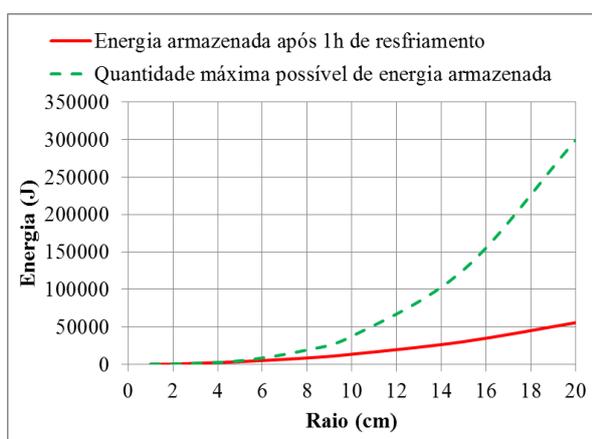


Figura 4. Comparativo entre capacidade máxima de armazenamento com energia armazenada em 1 h.

Pela análise deste gráfico, nota-se que, quanto maior for o raio da esfera, maior é a diferença entre a energia armazenada em um intervalo de tempo pré-determinado, comparada com a capacidade total, e esta diferença cresce exponencialmente conforme cresce o raio. Portanto esferas com raios maiores tendem a apresentar uma eficiência menor.

5. CONCLUSÕES

Através do trabalho elaborado foi possível desenvolver uma planilha capaz de simular o complexo processo de transferência de calor com mudança de fase, obtendo resultados concisos com os encontrados na literatura.

6. REFERÊNCIAS

CAO, Y.; FAGHRI, A. A numerical analysis of Stefan problems for generalized multi-dimensional phase-change structures using the enthalpy transforming model., Dayton, USA. **International Journal of Heat and Mass Transfer**. v.32, p.1289-1298, 1989.

MALISKA, C.R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2004. 453p.

ALBERTON, Cássio. **Estudo da Transferência de Calor em Botijas Térmicas Preenchidas com Material de Mudança de Fase**. Trabalho de conclusão de curso. (Graduação em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo RS, 2008. 51 p.