

OBTENÇÃO DO MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS PARA UM CONVERSOR *BUCK INTERLEAVED* DE 2 CÉLULAS

Henrique Jank

Acadêmico do curso de Engenharia Elétrica da Universidade de Santa Cruz do Sul - UNISC
hiquejank@gmail.com

Adriano José Bombardieri

Professor do curso de Engenharia Elétrica da Universidade de Santa Cruz do Sul - UNISC
adrianobombardieri@unisc.br

Resumo. *Este documento apresenta uma metodologia detalhada para obtenção dos modelos matemáticos CC e AC que descrevem o funcionamento de um conversor buck interleaved de 2 células, utilizando a técnica de modelagem por equações em espaço de estados. Os modelos obtidos matematicamente foram validados através de simulações no software Matlab/Simulink®.*

Palavras-chave: *Conversor Buck interleaved. Modelagem. Equações em espaço de estados.*

1. INTRODUÇÃO

Conversores de potência são empregados em diversas áreas a fim de se obter a energia desejada com eficiência e confiabilidade satisfatórias.

Quando submetidos a níveis de corrente elevados, torna-se interessante trabalhar com topologias intercaladas, onde múltiplas células operam em paralelo. Dessa forma, a corrente é dividida entre essas células, proporcionando uma redução no volume dos elementos magnéticos e semicondutores, assim como nas perdas sobre estes (MIWA, 1992).

Além disso, a defasagem nos sinais de comando dessas células causa uma redução na amplitude e um aumento na frequência dos *ripples* de saída (MIWA, 1992), possibilitando uma redução no capacitor de filtro.

Para um melhor aproveitamento desses conversores, é importante o emprego do

controle em malha fechada, melhorando sua resposta quando exposto a algum distúrbio.

Para o projeto de tais controladores, inicialmente, é necessário obter os modelos matemáticos que descrevem o comportamento do conversor, tanto em regime permanente (modelo CC ou médio), quanto em resposta a pequenas perturbações (modelo CA).

2. OBJETIVOS

Apresentar a obtenção dos modelos CC e CA que descrevem o comportamento de um conversor *Buck interleaved* de 2 células e validá-los através de simulação.

3. MODELAGEM DO CONVERSOR

O modelo do conversor foi obtido aplicando o método de equações em espaço de estados, apresentado por Goodwin, Graebe e Salgado (2000). Sua representação na forma matricial é dada pelas equações (1) e (2).

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

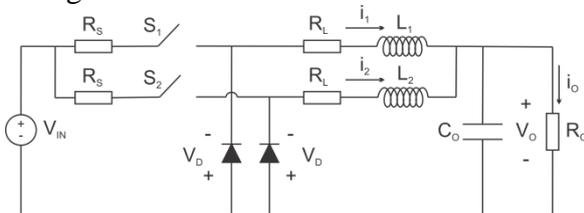
$$y = Cx + Eu \quad (2)$$

Conforme a Fig. 1, foram incluídas as resistências parasitas dos indutores e das chaves, além da queda de tensão nos diodos. Tal procedimento foi adotado pois a matriz A não seria inversível caso estes itens não fossem considerados, impossibilitando a obtenção dos modelos. Além disso, dessa forma, o modelo obtido será mais realístico.

As variáveis de estado foram definidas como sendo as correntes nos indutores L_1 e L_2 e a tensão do capacitor de filtro. O vetor de estados é representado pela equação (3). As variáveis de entrada foram definidas como sendo a tensão de entrada e a queda de tensão nos diodos. O vetor de entrada é representado pela equação (4). A variável de saída é a corrente no resistor R_O . O vetor de saída é representado pela equação (5).

Os indutores L_1 e L_2 serão considerados iguais, portanto, ambos serão tratados como L .

Figura 1 – Conversor Buck de 2 células



$$x = \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ V_{CO} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$u = \begin{bmatrix} V_{in} \\ V_D \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$y = [i_o] \quad (5)$$

Considerando que a razão cíclica (D) seja menor ou igual a 0,5, há quatro etapas de funcionamento para o conversor.

Aplicando as leis de Kirchoff para cada uma delas chega-se a um sistema de 4 equações para cada etapa.

Na primeira etapa, a chave S_1 está fechada e o indutor L_1 está sendo carregado. A chave S_2 está aberta e o indutor L_2 descarrega sua energia através do diodo de roda livre. Esta etapa é representada pelas equações (6)-(9), já em sua representação na forma matricial.

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{(R_S + R_L)}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_O} & \frac{1}{C_O} & -\frac{1}{C_O R_O} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{R_O} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$E_1 = 0 \quad (9)$$

Na segunda e quarta etapas, ambas as chaves estão abertas e os indutores descarregam sua energia através dos diodos. Estas etapas são representadas pelas equações (10)-(13) na forma matricial.

$$A_2 = A_4 = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{R_L}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_O} & \frac{1}{C_O} & -\frac{1}{C_O R_O} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$B_2 = B_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C_2 = C_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{R_O} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$E_2 = E_4 = 0 \quad (13)$$

Na terceira etapa, S_2 está fechada e o indutor L_2 está sendo carregado. A chave S_1 está aberta e o indutor L_1 descarrega sua energia através do diodo de roda livre. Esta etapa é representada pelas equações (14)-(17) em sua forma matricial.

$$A_3 = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{(R_S + R_L)}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_O} & \frac{1}{C_O} & -\frac{1}{C_O R_O} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{R_0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$E_3 = 0 \quad (17)$$

Para a obtenção das matrizes que representam um período completo de chaveamento é necessário multiplicar cada matriz pela porcentagem de tempo de duração referente à sua respectiva etapa e somar os resultados. Esse processo é representado pelas equações (18)-(21).

$$A = (A_1 + A_3)D + (A_2 + A_4)D' \quad (18)$$

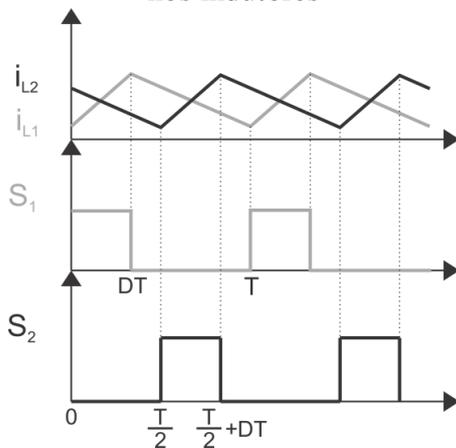
$$B = (B_1 + B_3)D + (B_2 + B_4)D' \quad (19)$$

$$C = (C_1 + C_3)D + (C_2 + C_4)D' \quad (20)$$

$$E = (E_1 + E_3)D + (E_2 + E_4)D' \quad (21)$$

O percentual de tempo para a primeira e terceira etapa é a própria razão cíclica (D), já para a segunda e quarta etapas é $D'=0,5-D$, conforme a Fig. 2.

Figura 2 – Sinais de acionamento e corrente nos indutores



3.1. Modelo CC

Para a obtenção do modelo CC, considera-se o conversor operando em regime permanente, quando está em equilíbrio. Nesse momento, as variações nos elementos do vetor x são nulas (ERICKSON; MASKIMOVIC, 2000), ou seja, o vetor de estados \dot{x} é igual a 0, conforme as equações (22) e (23).

$$0 = AX + BU \quad (22)$$

$$Y = CX + EU \quad (23)$$

Isolando os termos de interesse em (22) e (23) têm-se as soluções médias para o sistema em equilíbrio, abaixo representadas.

$$X = -(A^{-1}BU) \quad (24)$$

$$Y = (-CA^{-1}B + E)U \quad (25)$$

3.1. Modelo CA

Para a obtenção do modelo CA são consideradas pequenas perturbações nos sinais de entrada e na razão cíclica, o que resulta em variações nos vetores de estado e saída.

$$\langle x(t) \rangle = X + \hat{x}(t) \quad (26)$$

$$\langle u(t) \rangle = U + \hat{u}(t) \quad (27)$$

$$\langle y(t) \rangle = Y + \hat{y}(t) \quad (28)$$

$$d(t) = D + \hat{d}(t) \quad (29)$$

$$d'(t) = D' - \hat{d}(t) \quad (30)$$

Aplicando (26)-(30) e (18)-(21) em (1) e ainda, desconsiderando os termos CC (que são nulos) e os termos de segunda ordem (possuem amplitude muito inferior aos termos de primeira ordem) (ERICKSON; MASKIMOVIC, 2000) resultantes, obtêm-se (31) e (32).

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) + M\hat{d}(t) \quad (31)$$

$$\frac{d\hat{y}(t)}{dt} = C\hat{x}(t) + E\hat{u}(t) + N\hat{d}(t) \quad (32)$$

Onde:

$$M = \begin{aligned} &(A_1 + A_3 - A_2 - A_4)X \\ &+ (B_1 + B_3 - B_2 - B_4)U \\ N = &(C_1 + C_3 - C_2 - C_4)X \\ &+ (E_1 + E_3 - E_2 - E_4)U \end{aligned}$$

Para obter o modelo CA, deve-se ainda aplicar Laplace em (31) e (32) resultando em:

$$\begin{aligned} s\hat{X}(s) &= A\hat{X}(s) + B\hat{U}(s) + M\hat{D}(s) \\ \hat{Y}(s) &= C\hat{X}(s) + E\hat{U}(s) + N\hat{D}(s) \end{aligned} \quad (33)$$

Para obter as funções de transferência em função da razão cíclica, desconsideram-se perturbações na entrada, resultando em (34). Para as funções de transferência em relação ao vetor de entrada, desconsideram-se perturbações na razão cíclica, resultando em (35).

$$G_{\hat{X}\hat{D}}(s) = \frac{\hat{X}}{\hat{D}} = (sI - A)^{-1}M \quad (34)$$

$$G_{\hat{X}\hat{U}}(s) = \frac{\hat{X}}{\hat{U}} = (sI - A)^{-1}B \quad (35)$$

Onde $G_{\hat{X}\hat{D}}(s)$ e $G_{\hat{X}\hat{U}}(s)$ correspondem as funções (36) e (37).

$$G_{\hat{X}\hat{D}}(s) = \begin{bmatrix} G_{i_{L1}\hat{d}} \\ G_{i_{L2}\hat{d}} \\ G_{V_o\hat{d}} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$G_{\hat{X}\hat{U}}(s) = \begin{bmatrix} G_{i_{L1}\hat{u}} \\ G_{i_{L2}\hat{u}} \\ G_{V_o\hat{u}} \end{bmatrix} \quad (37)$$

4. VALIDAÇÃO

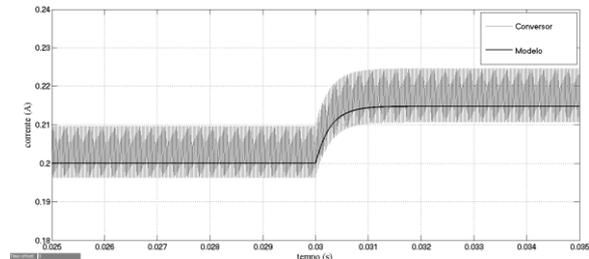
Para validação do modelo obtido foi utilizada a função de transferência da corrente no indutor representada pela equação (38). As simulações foram realizadas no *software* Matlab/Simulink[®]. Os parâmetros estão expressos na tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros para simulação

Parâmetros	Valores
V_{in}	311 V
V_o	86 V
R_o	211 Ω
f_s	40 kHz
L	117 mH
C	13 nF
R_L	0,5 Ω
R_S	1,45 Ω
V_D	1,7 V

A Fig. 3 mostra um comparativo entre a simulação do conversor e do modelo obtido, aplicada uma variação de 0,02 na razão cíclica (7,25% do valor nominal).

Figura 3 – Resposta do modelo à aplicação de um degrau de 7,25% à razão cíclica



5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um método para obtenção dos modelos CC e CA de um conversor *Buck interleaved* de 2 células por meio da técnica de equações em espaço de estados.

A metodologia proposta foi validada através de um comparativo em simulação do conversor e do modelo obtido, apresentando resultados satisfatórios.

Para trabalhos futuros sugere-se a implementação do modelo em uma malha de controle a fim de otimizar o funcionamento de um conversor.

6. BIBLIOGRAFIA

GOODWIN, G. C.; GRAEBE, S.; SALGADO, M. E.; **Control System Design**. Valparaíso, 2000.

MIWA, Brett Andrew. **Interleaved conversion techniques for high density power supplies**. Tese (Doutorado). MIT – Massachusetts Institute of Technology, 1992.

$$\frac{\hat{i}_1}{\hat{d}} = \frac{(C_o R_o s + 1)(V_D(R_L + 2R_o + R_S) + V_{in}(R_L + 2R_o))}{(R_L + 2R_o + R_S D)(s^2(C_o R_o L) + s(C_o R_o R_S D + C_o R_o R_L + L) + R_L + 2R_o + R_S)} \quad (38)$$