

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM DUTOS COM REDUÇÃO BRUSCA DE SEÇÃO

Clemerson Alberi Pedroso

Professor/Pesquisador do curso de Matemática e Engenharia Mecânica – URI Erechim
cpedroso@uricer.edu.br

Jaqueline Willian Scotton

Acadêmico do curso de Matemática – URI Erechim
jaquewillian@gmail.com

Resumo. Neste artigo apresentam-se simulações numéricas de escoamentos laminares e turbulentos, respectivamente, entre placas paralelas e em dutos com redução brusca de seção, de fluidos Newtonianos, realizadas com a utilização do pacote de dinâmica dos fluidos computacional Ansys CFX. Em todas as simulações, os objetos de análise foram a distribuição de velocidade e as linhas de corrente, obtidas pela resolução das equações diferenciais parciais de Navier-Stokes, cujas derivadas foram aproximadas pelo software, utilizando Método dos Volumes Finitos, e do modelo $k-\epsilon$, de turbulência. Nos casos em que as equações apresentam solução analítica (escoamentos laminares entre placas paralelas), os resultados obtidos numericamente foram comparados com os resultados analíticos e com Schlichting (1968). Nos demais (escoamentos turbulentos em dutos com redução brusca de seção), os resultados numéricos foram comparados com Fox e McDonald (1995). Em todos os casos, as comparações se mostraram satisfatórias.

Palavras-chave: *Navier-Stokes; Volumes Finitos; Simulação Numérica.*

1. INTRODUÇÃO

A Mecânica de fluidos é um ramo que tem crescido muito nos últimos anos, fato que se deve principalmente ao grande avanço da informática nas últimas décadas no que tange ao processamento e ao

armazenamento de dados. Isso porque os problemas que envolvem escoamentos de fluidos, em geral, não possuem matematicamente solução analítica e, por isso, demandam a utilização de recursos computacionais para resolvê-los por meio de técnicas numéricas.

A finalidade deste artigo é apresentar resultados numéricos obtidos usando o pacote de dinâmica dos fluidos computacional Ansys CFX para escoamentos clássicos como o de Poiseuille e de Couette, além de escoamentos em dutos com redução brusca de seção, os quais podem ser modelados pelas equações de Navier-Stokes e pelo modelo $k-\epsilon$ de turbulência.

2. EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações empregadas na realização das simulações de escoamentos laminares pertencem a um grupo de equações diferenciais parciais conhecidas como Navier-Stokes, as quais regem escoamentos de fluidos Newtonianos, permitindo que se calculem os campos de pressão, velocidade, vazão e linhas de corrente. Nos casos de escoamentos em dutos com redução brusca de seção, foi utilizado, também, o modelo $k-\epsilon$ (k -Epsilon), de turbulência, onde k representa a energia cinética turbulenta e ϵ , a taxa de dissipação das flutuações de velocidade, sendo que os valores de k e ϵ vem das equações de transporte para a energia cinética de turbulência e taxa de dissipação de turbulência.

3. PLANOS FÍSICOS

Os escoamentos de Poiseuille e de Couette consistem em escoamentos de fluidos entre duas placas paralelas, sendo que, no primeiro caso, ambas as placas são estacionárias e, no segundo, a placa inferior é estacionária enquanto a superior está em movimento constante na direção x . O escoamento de Couette mais simples é aquele em que o gradiente de pressão é nulo ($\Delta p=0$), ou seja, aquele em que a única força responsável pelo movimento do fluido é a força de arrasto propulsionada pelo movimento da placa superior. Desse modo, para a situação descrita, temos que a derivada parcial da pressão em relação a x é nula ($\partial p/\partial x = 0$). As figuras 1 e 2 ilustram, respectivamente, os perfis de velocidade dos escoamentos de Poiseuille e de Couette.

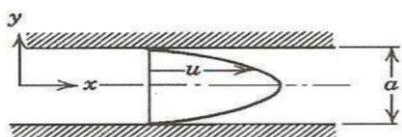


Figura 1 – Perfil de velocidade do escoamento de Poiseuille

Fonte: Fox e McDonald (1995, p. 258)

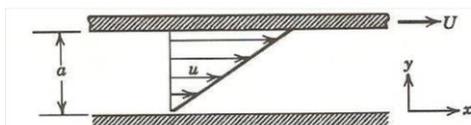


Figura 2 – Perfil de velocidade do escoamento de Couette

Fonte: Fox e McDonald (1995, p.262)

Como se pode observar na figura 1, o perfil de velocidade do escoamento de Poiseuille é parabólico, sendo a velocidade máxima em $y = a/2$ e mínima em $y = 0$ e $y = a$. Já no escoamento de Couette, conforme figura 2, o perfil de velocidade é linear, sendo a velocidade máxima em $y = a$ e mínima em $y = 0$.

Os planos físicos dos escoamentos em dutos com redução brusca de seção estão ilustrados nas figuras 3 e 4

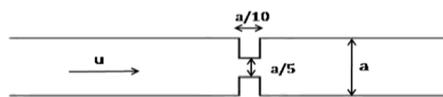


Figura 3 – Caso A

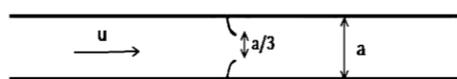


Figura 4 – Caso B

4. CONDIÇÕES DE CONTORNO E MALHAS COMPUTACIONAIS

A condição de contorno empregada foi a condição de contorno de Dirichlet, a qual permite definir uma determinada propriedade física para cada parte do domínio. Na simulação do escoamento de Poiseuille (entre placas paralelas estacionárias), consideraram-se ambas as placas (superior e inferior) com velocidades u , v e w nulas, a entrada com pressão de 4Pa e a saída com pressão de 2Pa, sendo a diferença de pressão entre entrada e saída a única responsável pelo movimento do fluido. Na simulação do escoamento de Couette (entre placas paralelas, uma em movimento constante em relação à outra), considerou-se a placa inferior com velocidades u , v e w nulas, a placa superior com velocidades u constante, igual a 1m/s, v e w nulas e, tanto a entrada quanto a saída, com pressão fixa, igual a 2Pa, sendo agora a velocidade u da placa superior a única responsável pelo movimento do fluido. Nas simulações de escoamentos em dutos com redução de seção, em todos os casos, considerou-se a mesma configuração do escoamento de Poiseuille.

Escoamento	Comprimento em x (cm)	Comprimento em y (cm)	Comprimento em z (cm)
Poiseuille e Couette	100	1	1
Em dutos com redução brusca de seção	40	2	1

Quadro I – Dimensões gerais das malhas não-estruturadas geradas para as simulações.

As malhas computacionais não-estruturadas empregadas nas simulações possuem as dimensões já apresentadas no quadro I e as figuras 5, 6 e 7 apresentam visualizações parciais das malhas geradas para as simulações.

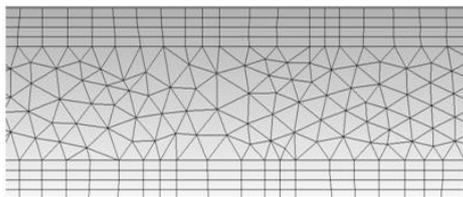


Figura 5 – Poiseuille de Couette (103.348 nós).

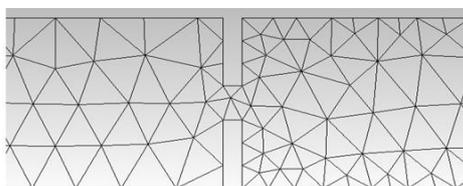


Figura 6 – Caso A (3.866 nós).

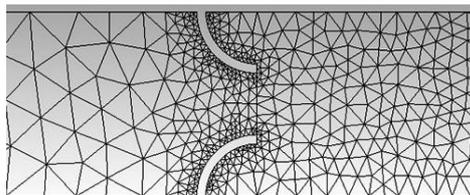


Figura 7 – Caso B (24.795 nós).

Em todos os casos, o comprimento na direção z é fisicamente desprezível, não havendo interferência das superfícies laterais aos escoamentos, uma vez que no Ansys CFX são configuradas condições de simetria às mesmas.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

As simulações foram realizadas com o auxílio de um computador com processador Intel (R) Core (TM) i5-2500, 3.30 GHz, memória RAM de 12 GB, memória ROM de 1 TB e sistema operacional de 64 bits. A primeira simulação realizada foi do escoamento de Poiseuille de um fluido newtoniano (água), com as condições de contorno já mencionadas anteriormente, sendo movimentado pela diferença de pressão, entre entrada e saída, de 2Pa,

obtendo o campo de vetores na saída do domínio apresentado na figura 8.

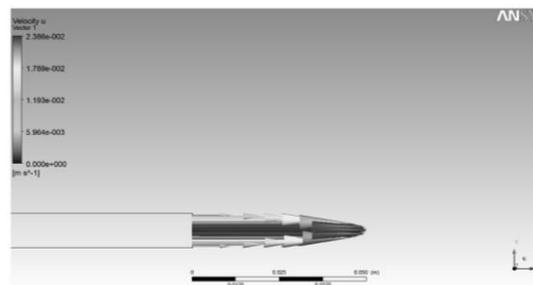


Figura 8 – Campo de vetores velocidade obtido na simulação do escoamento de Poiseuille.

Observa-se, pela figura 9, uma boa comparação do perfil obtido numericamente com o analítico apresentado por Fox e McDonald (1995) da equação (1),

$$u = \frac{a^2}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[\left(\frac{y}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right) \right] \quad (1)$$

sendo a a distância entre as placas, μ a viscosidade do fluido, p a pressão e y a distância com relação a placa inferior. Destaca-se que, para a derivada da pressão em relação a x , foi utilizada a diferença de pressão entre a entrada e a saída, ou seja, $2Pa$

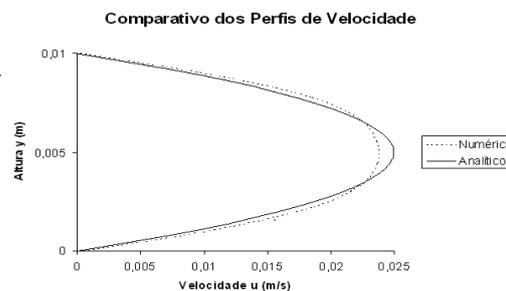


Figura 9 – Comparação dos perfis parabólicos de velocidade: analítico dado por Fox e McDonald (1995) e numérico obtido.

Utilizando a mesma malha empregada na simulação do escoamento de Poiseuille, fez-se as simulações do escoamento de Couette para diferentes gradientes de pressão. Na figura 10, percebe-se que para $\Delta p > 0$, a pressão decresce na direção da placa que está em movimento e que, para $\Delta p < 0$, a pressão cresce na direção da placa que está em movimento.

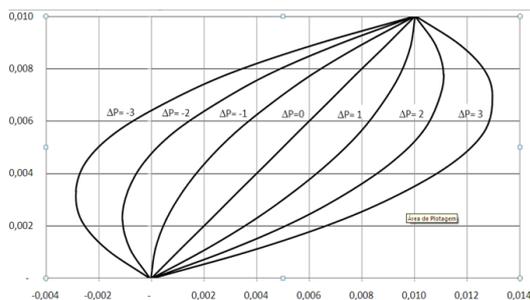


Figura 10 – Perfis de velocidade obtidos nas simulações do escoamento de Couette para diferentes gradientes de pressão.

Os perfis obtidos numericamente foram comparados satisfatoriamente com os resultados apresentados por Schlichting (1968).

Após os resultados apresentados, partiu-se para as simulações dos casos A e B de escoamentos em dutos com redução brusca de seção. A figura 11 mostra as linhas de corrente obtidas, próximas à redução de seção, para o caso A e a figura 12 para o caso B.

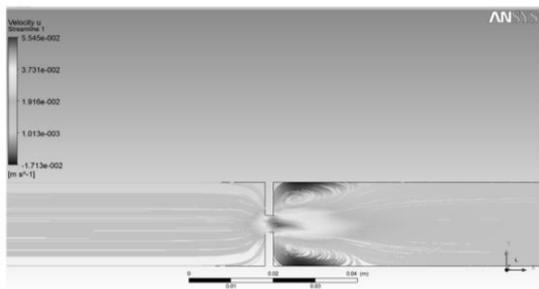


Figura 11 – Linhas de corrente obtidas na simulação do caso A de escoamento em duto com redução de seção. (Imagem ampliada próximo ao estreitamento)

Na figura 11 observa-se que após o estreitamento formaram-se duas recirculações, simétricas nas direções das placas superior e inferior por não haver influência de forças externas como a gravidade, por exemplo. Além disso, pode-se notar que é imediatamente após o estreitamento o ponto onde a velocidade é máxima e a pressão, conseqüentemente, mínima. No último caso, nota-se que também ocorreu a formação de dois vórtices simétricos após a redução, mas que a velocidade, depois de ser elevada, se manteve assim num espaço maior do

domínio. Os resultados obtidos para estes casos são coerentes fisicamente e se aproximam das soluções apresentadas por Fox e McDonald (1995, p. 308 e p. 325).

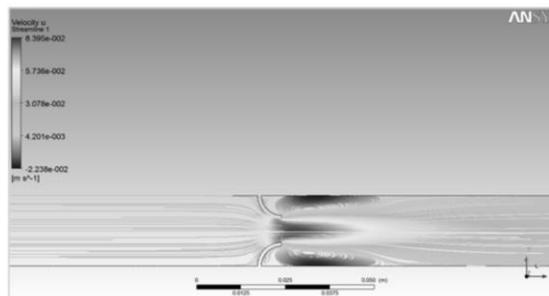


Figura 18 – Linhas de corrente obtidas na simulação do caso B de escoamento em duto com redução de seção. (Imagem ampliada próximo ao estreitamento)

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, foi utilizado o pacote de dinâmica dos fluidos computacional Ansys CFX, o qual resolve as equações diferenciais de Navier-Stokes e modelo k-ε, empregando como técnica de aproximação das derivadas, o Método dos Volumes Finitos. Os resultados obtidos numericamente foram comparados satisfatoriamente com outros encontrados na literatura. As técnicas numéricas utilizadas podem servir de base para simulações de situações mais complexas e realísticas de escoamentos como, por exemplo, o emprego de medidores de vazão de Orifício, Bocal e Venturi e o fluxo de sangue através de uma artéria carótida com acúmulo de gordura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FOX, Robert W.; McDONALD, Alan T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1995.

MALISKA, Clovis R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional: Fundamentos e Coordenadas Generalizadas**. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

SCHLICHTING, H. **Boundary Layer Theory**. New York: McGraw-Hill Books, 1968.