

ANÁLISE DA CONVERGÊNCIA DO MÉTODO DO CASAMENTO DISCRETO DE MODOS EM ESTRUTURAS PLANARES DE MICROFITA

Eduardo dos Santos Silveira

Acadêmico do Curso de Engenharia Elétrica na Universidade Federal do Pampa, Campus Alegrete.

eduardo@alunos.unipampa.edu.br

Marcos V. T. Heckler

Professor Adjunto da Universidade Federal do Pampa, Campus Alegrete.

marcos.heckler@unipampa.edu.br

Resumo. Este artigo apresenta uma análise de convergência na obtenção da constante de propagação de estruturas planares de microfita utilizando o Método do Casamento Discreto de Modos. Para tanto, uma ferramenta computacional foi implementada em ambiente Matlab®, com a qual foram realizadas simulações. Com base nos resultados obtidos, verificou-se que o método converge rapidamente quando linhas tipo e são utilizadas próximas às bordas da microfita, devido ao fato de que estas linhas amostram adequadamente as componentes de corrente superficial próximas às extremidades da metalização.

Palavras-chave: DMM, métodos numéricos, estruturas de microfita.

1. INTRODUÇÃO

A caracterização numérica de estruturas passivas de micro-ondas tem sido foco de muitas pesquisas nas últimas duas décadas. Isto se deve ao crescimento das atividades de pesquisa ligadas a circuitos integrados de altas frequências. Grande parte destas estruturas não pode ser modelada por meio de expressões analíticas, o que faz necessária a utilização de métodos numéricos.

O Casamento Discreto de Modos (DMM) é um método numérico recente,

apresentado por Dreher (1995), tendo sido aplicado na análise de estruturas de microfita. Em diversas publicações o DMM se mostrou mais rápido que outros métodos de equação integral.

O presente trabalho tem por objetivo apresentar um estudo de convergência na obtenção da constante de propagação de uma estrutura planar de microfita utilizando o DMM, realizando variações no tipo de discretização utilizada. Os resultados serão obtidos por meio de uma ferramenta computacional elaborada em ambiente MATLAB®.

2. O MÉTODO DO CASAMENTO DISCRETO DE MODOS

Um problema geral de contorno para estruturas de micro-ondas é apresentado na Fig. 1. A estrutura pode ser composta por múltiplas camadas de dielétrico ao longo do eixo z e possuir metalizações nas interfaces das camadas. Além disso, a estrutura é limitada por paredes elétricas em $x=0$ e $x=a$.

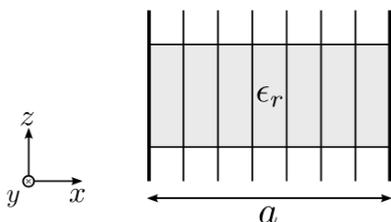


Figura 1. Estrutura de micro-ondas típica com discretizações.

Assumindo variação temporal $e^{-j\omega t}$, a equação da onda a ser solucionada é da forma:

$$\nabla^2 \vec{\psi} + \mu_r \epsilon_r \vec{\psi} = 0 \quad (1)$$

em que $\vec{\psi}$ denota os campos elétrico \vec{E} e magnético \vec{H} .

Para realizar a análise de guias de onda, considera-se que a estrutura seja infinita ao longo de y e que sua seção transversal não varie nesta direção. Assim, a equação (1) se torna:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_d^2 \right) \psi(x, z) = 0 \quad (2)$$

com $k_d = \epsilon_r \mu_r - k_y^2$. A equação (2) pode ser escrita sob a forma de uma equação diferencial ordinária, com derivadas em relação a uma única coordenada, por meio de uma transformação para o domínio espectral. Para tanto, define-se uma transformação de Fourier adequada, representada por:

$$\tilde{\psi}(z, k_{x_i}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(k_{x_i}, x) \psi(x, z) dx, \quad (3)$$

e a respectiva transformação inversa como

$$\psi(x, z) = \frac{1}{2\pi} \sum_i \tau(k_{x_i}, x) \tilde{\psi}(z, k_{x_i}), \quad (4)$$

onde k_{x_i} é a variável espectral ao longo de x , $\tau(k_{x_i}, x)$ é a função de onda utilizada na transformação e o til denota a variável transformada no domínio espectral.

Assim, cada componente de campo é descrita por meio de expansões modais, o que posteriormente permite construir um sistema de equações a ser solucionado numericamente, utilizando funções de onda associadas às condições de contorno laterais adequadas. Este procedimento é conhecido como Casamento Discreto de Modos.

2.1 Discretização do Método

No caso de existirem metalizações entre as camadas de dielétrico, as condições de contorno que asseguram a continuidade dos campos nas interfaces entre dielétricos e nas metalizações devem ser impostas adequadamente. Para tanto, a estrutura deve ser discretizada conforme mostrado na Fig. 2. O esquema de discretização é composto por dois sistemas de linhas: as linhas e e as linhas h . Nas linhas e , calculam-se os campos E_y e H_x , enquanto que nas linhas h os campos H_y e E_x . As linhas adjacentes de um mesmo sistema se encontram distantes Δx umas das outras. Um sistema é deslocado do outro devido às condições de contorno laterais do problema. Na Fig. 3, os sistemas de linhas foram definidos supondo que a geometria é delimitada por paredes elétricas localizadas em $x = 0$ e $x = a$.

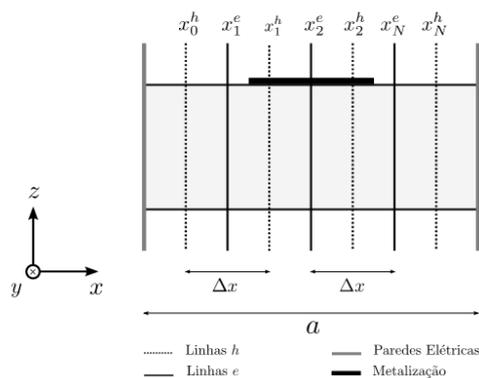


Figura 2. Esquema de discretização para condições de contorno laterais do tipo paredes E-E.

Nestas condições, pode-se definir as funções de onda $\tau(k_{x_i}, x)$ e a variável espectral k_{x_i} como:

$$\begin{aligned}\tau_e(k_{x_i}, x^e) &= \text{sen}(k_{x_i} x_i^e) \\ \tau_h(k_{x_i}, x^h) &= \text{cos}(k_{x_i} x_i^h) \\ k_{x_i} &= \frac{i\pi}{a}\end{aligned}\quad (5)$$

Ao expandir os campos conforme a equação (4), tem-se uma série com infinitos termos. Para tornar a solução numérica possível, estas séries devem ser truncadas. O número de modos escolhido é o mesmo número de linhas utilizado na discretização, de forma a satisfazer o teorema da amostragem.

Matricialmente, torna-se possível representar os campos amostrados e suas respectivas transformações no domínio espectral:

$$\mathbf{E}_y = \mathbf{T}_e \tilde{\mathbf{E}}_y \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_y = \mathbf{T}_h \tilde{\mathbf{H}}_y \quad (7)$$

Nas equações acima, as variáveis de campo em negrito representam os campos amostrados, nos domínios espacial e espectral, e as matrizes \mathbf{T}_e e \mathbf{T}_h representam as matrizes de transformação para as linhas e e h , respectivamente, que são compostas pelas funções de onda apresentadas na equação (5).

Após as devidas manipulações matemáticas, definem-se as transformações adequadas de cada componente de campo:

$$\mathbf{E}_x = \mathbf{T}_h \tilde{\mathbf{E}}_x \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_x = \mathbf{T}_e \tilde{\mathbf{H}}_x \quad (9)$$

$$\mathbf{E}_z = \mathbf{T}_e \tilde{\mathbf{E}}_z \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_z = \mathbf{T}_h \tilde{\mathbf{H}}_z \quad (11)$$

As densidades de corrente superficial sobre as metalizações possuem as seguintes relações de transformação:

$$\mathbf{J}_x = \mathbf{T}_h \tilde{\mathbf{J}}_x \quad (12)$$

$$\mathbf{J}_y = \mathbf{T}_e \tilde{\mathbf{J}}_y \quad (13)$$

2.2 Sistema de Equações

O sistema final de equações é construído inicialmente no domínio espectral, através da função diádica de Green, que relaciona as densidades de corrente com os campos nas interfaces entre as diferentes camadas dielétricas:

$$j\eta_0 \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{xx} & \tilde{\mathbf{G}}_{xy} \\ \tilde{\mathbf{G}}_{yx} & \tilde{\mathbf{G}}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_x \\ \tilde{\mathbf{J}}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \tilde{\mathbf{E}}_x \\ \tilde{\mathbf{E}}_y \end{bmatrix} \quad (14)$$

A função diádica de Green no domínio espectral é calculada conforme a teoria de circuito equivalente de onda completa. Esta função é calculada com base nas características dos dielétricos e das metalizações. De maneira a impor as condições de contorno do problema, o sistema de equações deve ser transformado para o domínio espacial.

As condições de contorno indicam que os campos tangenciais E_x e E_y devem ser nulos sobre as metalizações e as densidades de corrente J_x e J_y devem ser nulas nos dielétricos. Isto conduz dois sistema de equações:

$$\mathbf{G}_{red} \cdot \mathbf{J}_{red} = 0 \quad (15)$$

$$\mathbf{Y}_{red} \cdot \mathbf{E}_{red} = 0 \quad (16)$$

As matrizes \mathbf{J}_{red} e \mathbf{E}_{red} são compostas pelas componentes de densidade de corrente e campo elétrico não nulas, respectivamente. De modo que a solução não seja a trivial, é possível obter a constante de propagação k_y , quando satisfeita uma das seguintes condições:

$$\det(\mathbf{G}_{red}) = 0 \text{ ou } \det(\mathbf{Y}_{red}) = 0 \quad (17)$$

3. SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Para realizar o estudo da influência da discretização na convergência da constante de propagação de guias de onda utilizando o DMM, construiu-se uma

ferramenta computacional em ambiente Matlab®. Realizaram-se simulações para uma microfita com frequência de operação de 1,575GHz, largura da microfita $w=3,77$ mm e um substrato com largura $a=10w$, espessura $d=1,524$ mm e permissividade relativa $\epsilon_r=3,55$. Os resultados são apresentados na Fig. 3.

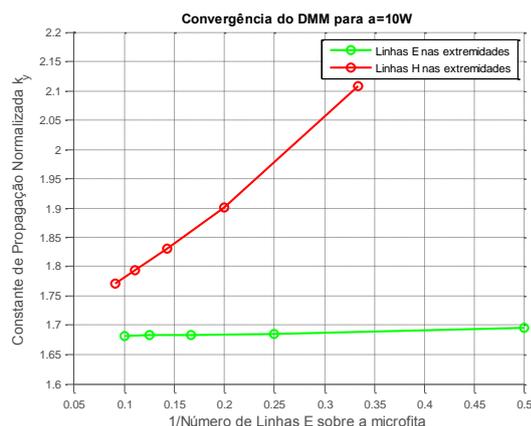


Figura 3. Convergência do DMM de acordo com o tipo de discretização utilizada.

Com base na Fig. 3, é possível constatar que a constante de propagação da estrutura é obtida de forma mais eficiente quando as linhas mais próximas das bordas da microfita forem do tipo *e*. Quando esta condição é atendida, o número de linhas utilizado na discretização tem impacto menor nos resultados, o que é mostrado pela rápida convergência da curva em verde (ou seja, baixa variação) em comparação com a curva em vermelho. Esse comportamento é conhecido como condição de borda, na qual a componente de corrente superficial J_y apresenta uma singularidade próxima às bordas da microfita, ao passo que J_x tende a zero. Para que este comportamento seja adequadamente amostrado, faz-se necessário que uma linha do tipo *e* seja disposta mais próxima de cada borda da microfita do que uma linha do tipo *h*. Cabe ainda ressaltar que ambos os tipos de discretização tendem a convergir para o mesmo valor, quando o

número de linhas de discretização tender ao infinito.

4. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou o procedimento de obtenção da constante de propagação de uma estrutura de microfita utilizando o Método do Casamento Discreto de Modos. Este método consiste em representar as componentes de campo através de expansões modais finitas, o que permite construir um sistema de equações a ser solucionado numericamente. O sistema é inicialmente construído no domínio espectral. Por fim, é realizada uma transformação inversa, para que as condições de contorno possam ser impostas no domínio espacial, tornando possível o cálculo da constante de propagação. Uma ferramenta computacional foi construída em ambiente Matlab®, o que permitiu realizar um estudo de convergência do método. Através dos resultados obtidos, observa-se a rápida convergência do método ao utilizar linhas do tipo *e* próximas às bordas da microfita.

REFERÊNCIAS

- ITOH, T. **Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures**. John Wiley & Sons, 1989.
- DREHER, A. New Aspects of the Method of Lines. **IEEE Microwave and Guided Wave Letters**, vol. 5, n. 11, 1995.
- HECKLER, M. V. T. **Discrete Mode Matching Method for Conformal Microstrip Antennas**. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2010.
- DAVIDSON, D. B.; ABERLE, J. T. **An introduction to spectral domain method-of-moments formulations**. IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 46, no. 3, pp. 11-19, Jun. 2004.